ΛΥΣΕΙΣ

ΙΟΥΝΙΟΣ 2002

ΘΕΜΑ 1ο

α.

$$-2A+3B = -2\begin{bmatrix}3 & -4\\ 2 & -3\end{bmatrix}+3\begin{bmatrix}1 & -3\\ 1 & -2\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}-6 & 8\\ -4 & 6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3 & -9\\ 3 & -6\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}-6+3 & 8-9\\ -4+3 & 6-6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-3 & -1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$$

β.

$$3A-X=2B \quad\Leftrightarrow\quad 3\begin{bmatrix}3 & -4\\ 2 & -3\end{bmatrix}\text{-}X=2\begin{bmatrix}1 & -3\\ 1 & -2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}9 & -12\\ 6 & -9\end{bmatrix}-X=\begin{bmatrix}2 & -6\\ 2 & -4\end{bmatrix}$$

$$X=\begin{bmatrix}9 & -12\\ 6 & -9\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}2 & -6\\ 2 & -4\end{bmatrix}$$

$$X=\begin{bmatrix}9-2 & -12+6\\ 6-2 & -9+4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7 & -6\\ 4 & -5\end{bmatrix}$$

γ.

$$A^2+2AB = \begin{bmatrix}3 & -4\\ 2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -4\\ 2 & -3\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}3 & -4\\ 2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -3\\ 1 & -2\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}9-8 & -12+12\\ 6-6 & -8+9\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}3-4 & -9+8\\ 2-3 & -6+6\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+2\begin{bmatrix}-1 & -1\\ -1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-2 & -2\\ -2 & 0\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}1-2 & 0-2\\ 0-2 & 1+0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & -2\\ -2 & 1\end{bmatrix}$$

ΘΕΜΑ 2ο

α.

$f'(x) = (2x^3 + 5)' = (2x^3)' + 5' = 6x^2 + 0 = 6x^2$, $x \in \mathbb{R}$

$g'(x) = (x^2 + 1)' = (x^2)' + 1' = 2x + 0 = 2x$, $x \in \mathbb{R}$

β.

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)\, g(x) + g'(x)\, f(x) = 6x^2(x^2 + 1) + 2x(2x^3 + 5) =$$
$$= 6x^4 + 6x^2 + 4x^4 + 10x =$$
$$= 10x^4 + 6x^2 + 10x\ , \quad x \in \mathbb{R}$$

γ.

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{(g(x))^2} = \frac{6x^2(x^2+1) - 2x(2x^3+5)}{(x^2+1)^2} =$$
$$= \frac{6x^4 + 6x^2 - 4x^4 - 10x}{(x^2+1)^2} =$$
$$= \frac{2x^4 + 6x^2 - 10x}{(x^2+1)^2}\ , \ x \in \mathbb{R}$$

ΘΕΜΑ 3ο

α.

$f(x) = -4x^2 - 4 + 16x - 9 = -4x^2 + 16x - 13$

Οπότε $f'(x) = (-4x^2 + 16x - 13)' = (-4x^2)' + (16x)' - 13' = -8x + 16$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -8x + 16 = 0 \Leftrightarrow -8x = -16 \Leftrightarrow x = 2$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow -8x + 16 > 0 \Leftrightarrow -8x > -16 \Leftrightarrow x < 2$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow -8x + 16 < 0 \Leftrightarrow -8x < -16 \Leftrightarrow x > 2$

Επομένως η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, 2]$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[2, +\infty)$

β.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η f παρουσιάζει μέγιστο για $x = 2$ το

$f(2) = -4 \cdot 2^2 + 16 \cdot 2 - 13 = -16 + 32 - 13 = 3$

ΘΕΜΑ 4ο

α.

Αποδοχές σε Ευρώ x_i	Αριθμός εργαζομένων ν_i	Αθροιστική συχνότητα	Σχετική συχνότητα f_i	Σχετική αθροιστική συχνότητα	$\nu_i x_i$
800	6	6	0,12	0,12	4800
900	17	23	0,34	0,46	15300
1000	12	35	0,24	0,70	12000
1100	8	43	0,16	0,86	8800
1200	7	50	0,14	1,00	8400
Αθροίσματα	50	…….	1,00	……..	49300

β.

Επικρατούσα τιμή M_o είναι η τιμή με την μεγαλύτερη συχνότητα, δηλαδή $M_o = 900$ Ευρώ

γ.

$$\bar{x} = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{k} \nu_i x_i = \frac{49300}{50} = 986 \text{ ευρώ}$$